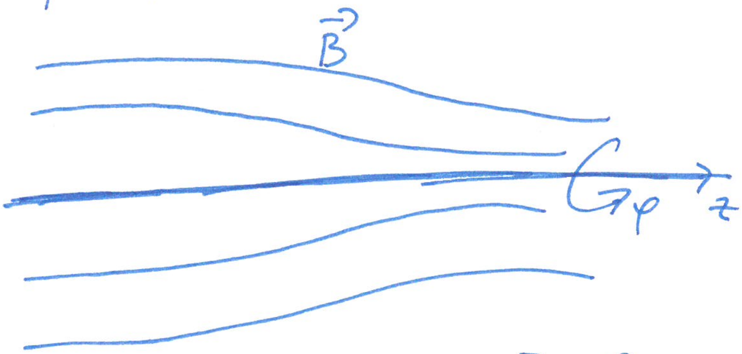
# Magnetická zrcadla

příklad $\nabla B \parallel B$

→ předpoklad – axiálně symetrická konfigurace




$$B_\varphi = 0 \wedge \frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$$

$$B_r \neq 0, \quad B_z \neq 0$$

Maxwell: $\nabla \cdot B = 0$

$$\nabla \cdot B = \underbrace{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r B_r} + \cancel{\frac{1}{r}\frac{\partial B_\varphi}{\partial \varphi}} + \underbrace{\frac{\partial B_z}{\partial z}} = \underbrace{0}$$

$$\rightarrow \quad r B_r = -\int_0^r r' \frac{\partial B_z}{\partial z} dr'$$

aproximace $\frac{\partial B_z}{\partial z}$ známe na ose $z$ a v jejím okolí se mění pomalu s $r$

$\Rightarrow$ v okolí osy $\frac{\partial B_z}{\partial z} \neq \frac{\partial B_z}{\partial z}(r)$

$$\text{a} \quad r B_r = -\int_0^r r' \frac{\partial B_z}{\partial z} dr' \approx -\left[\frac{\partial B_z}{\partial z}\right]_{r=0} \int_0^r r' dr' =$$

$$= -\frac{1}{2} r^2 \left[\frac{\partial B_z}{\partial z}\right]_{r=0}$$

$$\Rightarrow \quad B_r = -\frac{1}{2} r \left[\frac{\partial B_z}{\partial z}\right]_{r=0}$$

↳ máme přídatnou sílu → lze očekávat drift → $\frac{\partial B}{\partial \varphi} = 0$ ⇒ drift nebude radiální

Lorentzova síla:

$$F = q(v \times B) = q \begin{pmatrix} v_r \\ v_\varphi \\ v_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} B_r \\ B_\varphi \\ B_z \end{pmatrix} =$$

$$= q \begin{pmatrix} v_\varphi B_z - v_z B_\varphi \\ v_z B_r - v_r B_z \\ v_r B_\varphi - v_\varphi B_r \end{pmatrix} = \left| B_\varphi = 0 \right| =$$

=1>

$$= q \begin{pmatrix} v_\varphi B_z \\ \boxed{v_z B_r} - v_r B_z \\ \boxed{-v_\varphi B_r} \end{pmatrix}$$

„nezajímavé", dají Larmorovu rotaci

na ose vypadne. Pokud ale relaxujeme předpoklady, vznikne klasický $\nabla B$ drift

tohle je „nové"

přídatná síla $F_z = -q v_\varphi B_r = \frac{1}{2} q v_\varphi r \frac{\partial B_z}{\partial z}$

→ budeme „průměrovat přes gyraci" → zajímá nás dění kolem osy

protože $v_\varphi = -\operatorname{sgn} q \; v_\perp$ a $r_L = \frac{v_\perp}{\omega_c}$ a $\omega_c = \frac{q \operatorname{sgn} q B}{m}$

$$F_z = -\frac{1}{2} \cancel{q} v_\perp \cancel{\operatorname{sgn} q} \frac{v_\perp m}{\cancel{q \operatorname{sgn} q} B} \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{1}{2} \left( \frac{m v_\perp^2}{B} \right) \frac{\partial B_z}{\partial z} =$$

$\equiv \mu$

$$= -\mu \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

$\mu$ … magnetický moment

zobecnění: $F_z \to F_\parallel \Rightarrow F_\parallel = -\mu \frac{\partial B}{\partial s} = -\mu \nabla_\parallel B$

$ds$ … dráhový element

→ ukážeme, že $\mu$ je invariantní vůči posunu částice v poli, kdy se $r_L$ mění

1. poh. rce v podélném směru

$$m \frac{dv_\parallel}{dt} = -\mu \frac{\partial B}{\partial s} \quad \Big| \cdot v_\parallel$$

$$\underbrace{m v_\parallel \frac{dv_\parallel}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m v_\parallel^2\right)}_{L.S.} = \underbrace{-\mu \frac{\partial B}{\partial s} v_\parallel = -\mu \frac{\partial B}{\partial s}\frac{ds}{dt} = -\mu \frac{dB}{dt}}_{P.S.}$$

2. zákon zach. kin. energie

$$\frac{d}{dt}\Big(\frac{1}{2} m v_\parallel^2 + \underbrace{\frac{1}{2} m v_\perp^2}_{\mu B}\Big) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m v_\parallel^2 + \mu B\right) = 0$$

odečteme 1. a 2.

$$\frac{d}{dt}\left(\cancel{\frac{1}{2}mv_\parallel^2}\right)-\frac{d}{dt}\left(\cancel{\frac{1}{2}mv_\parallel^2}+\mu B\right)=-\mu\frac{dB}{dt}$$

$$-\mu\frac{dB}{dt}+\frac{d}{dt}\mu B=0$$

$$\cancel{-\mu\frac{dB}{dt}}+\cancel{\mu\frac{dB}{dt}}+B\frac{d\mu}{dt}=0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d\mu}{dt}=0}$$

? jak přesně?

zpět k driftům:

$$\dot{w}_\perp=\frac{v_\parallel w_\perp}{2B}\nabla_\parallel B-\frac{w_\perp}{2}\big(\underbrace{\nabla\cdot\vec{v}_E}_{A}-\underbrace{\vec{b}\cdot\nabla_\parallel\vec{v}_E}_{B}\big)+O(\varepsilon)$$

$\nabla_\parallel\equiv b\cdot\nabla$

(A) $$\nabla\cdot\vec{v}_E=\nabla\cdot\frac{\vec{E}\times\vec{B}}{B^2}=\frac{1}{B^2}\left[\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{B})\right]+(\vec{E}\times\vec{B})\cdot\nabla\frac{1}{B^2}=$$

$$=\frac{1}{B^2}\Big[\vec{B}\cdot\underbrace{(\nabla\times\vec{E})}_{-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}-\vec{E}\cdot(\nabla\times\vec{B})\Big]-\frac{2}{B^2}(\vec{E}\times\vec{B})\cdot\frac{\nabla B}{B}=$$

$$=-\frac{1}{B^2}\underbrace{\vec{B}}_{B\vec{b}}\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}-\frac{(\vec{E}_\parallel+\vec{E}_\perp)\cdot(\nabla\times\vec{B})}{B^2}-2\vec{v}_E\cdot\frac{\nabla B}{B}=$$

$$=-\frac{B}{B^2}\vec{b}\cdot\left[B\frac{\partial\vec{b}}{\partial t}+\vec{b}\frac{\partial B}{\partial t}\right]-\frac{\vec{E}_\perp}{B^2}\cdot\underbrace{(\nabla\times\vec{B})}_{\parallel B\text{ pro force-free},\ \beta\text{ malé}}-2\vec{v}_E\cdot\frac{\nabla B}{B}-$$

$$-\frac{\overbrace{\vec{E}_\parallel}^{E_\parallel\vec{b}}}{B^2}\cdot\left[(\nabla B)\times\vec{b}+B\nabla\times\vec{b}\right]=$$

$$=-\vec{b}\cdot\frac{\partial\vec{b}}{\partial t}-\frac{1}{B}\frac{\partial B}{\partial t}-2v_E\cdot\frac{\nabla B}{B}-\frac{E_\parallel}{B}\vec{b}\cdot(\nabla\times\vec{b})-$$

$$-\frac{E_\parallel}{B^2}\vec{b}\cdot\overbrace{\left[(\nabla B)\times b\right]}^{=0}$$

(B) $$\vec{b}\cdot(\nabla_\parallel\vec{v}_E)=\nabla_\parallel\overbrace{(\vec{b}\cdot\vec{v}_E)}^{=0}-\vec{v}_E\cdot(\nabla_\parallel\vec{b})=$$

$\vec{v}_E\cdot\vec{b}=0$

skalár

$$=-\vec{v}_E\cdot\left[(\vec{b}\cdot\nabla)\vec{b}\right]=-\frac{\vec{v}_E}{B}\cdot\left[(\vec{b}\cdot\nabla)\vec{B}\right]+\frac{\vec{v}_E}{B}\cdot\left[\vec{b}(\vec{b}\cdot\nabla)B\right]=$$

$$=-\frac{\vec{v}_E}{B}\cdot\left[(\vec{b}\cdot\nabla)\vec{B}\right]$$

počítejme $\nabla B^2 = \nabla(\vec{B}\cdot\vec{B}) = 2\vec{B}\cdot\nabla\vec{B} = 2B\,\vec{b}\cdot\nabla\vec{B}$

$$= 2B\nabla B \qquad \Rightarrow b\cdot\nabla\vec{B} = \nabla B$$

$$\Rightarrow \vec{b}\cdot(\nabla_{\parallel}\vec{v}_E) = -\vec{v}_E\cdot\frac{\nabla B}{B}$$

celkově:

$$\dot{w}_{\perp} = \frac{v_{\parallel} w_{\perp}}{2B}\vec{b}\cdot\nabla_{\parallel}B - \frac{w_{\perp}}{2}\left[-\frac{1}{B}\frac{\partial B}{\partial t} - 2\vec{v}_E\cdot\frac{\nabla B}{B} - \frac{E_{\parallel}}{B}\vec{b}\cdot(\nabla\times b) + \vec{v}_E\cdot\frac{\nabla B}{B}\right] = \quad E_{\parallel} \propto \mathcal{O}(\varepsilon)\,!$$

$$= \frac{w_{\perp}}{2B}\left(\frac{\partial B}{\partial t} + v_{\parallel} b\cdot\nabla_{\parallel}B + v_E\cdot\nabla B\right) + \mathcal{O}(\varepsilon) =$$

$$= \frac{w_{\perp}}{2B} D_t B + \mathcal{O}(\varepsilon)$$

pro $\mu = \dfrac{w_{\perp}^2}{2B}$

$$\dot{\mu} = \frac{2w_{\perp}\dot{w}_{\perp}}{2B} + \frac{w_{\perp}}{2}\frac{d}{dt}\frac{1}{B} = \frac{w_{\perp}\dot{w}_{\perp}}{B} - \frac{w_{\perp}^2}{2B^2}\frac{dB}{dt} =$$

$$= \cancel{\frac{w_{\perp}^2}{2B^2}D_t B} + \mathcal{O}(\varepsilon) - \cancel{\frac{w_{\perp}^2}{2B^2}\frac{dB}{dt}} = \mathcal{O}(\varepsilon)$$

$\Rightarrow$ magnetický moment se zachovává na škálách proměnnosti pole

→ magnetická zrcadla

– částice se pohybuje (termálně) ze slabého do silného pole, vidí větší $B$, $r_L$ se zmenšuje, $v_\perp$ roste, aby $\mu = \text{konst}$

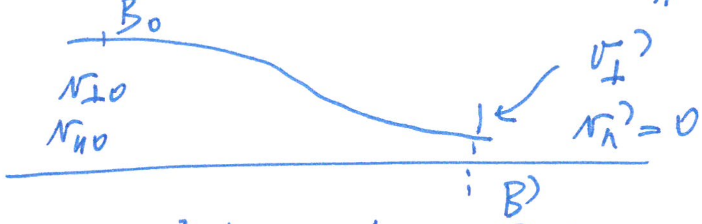
zachovává se kinetická energie $\Rightarrow v_\parallel$ klesá

pro dost velké $B$ — $v_\parallel = 0 \Rightarrow$ odraz do slabého pole

↳ není perfektní! částice s $v_\perp = 0$ nemají $\mu$ a tudíž projdou (u nich není síla podél $B$)

podobně částice u "malým" $\dfrac{v_\perp}{v_\parallel}$

limit?




$$\mu = \text{konst} = \frac{1}{2} m v_{\perp 0}^2 / B = \frac{1}{2} m v_\perp'^2 / B'$$

$$v_\perp'^2 = v_{\perp 0}^2 + v_{\parallel 0}^2 \equiv v_0^2$$

$$\frac{B_0}{B'} = \frac{v_{\perp 0}^2}{v_\perp'^2} = \frac{v_{\perp 0}^2}{v_0^2} = \sin^2 \vartheta$$

pitch úhel v oblasti slabého pole

pro $\vartheta$ malé → není odraz

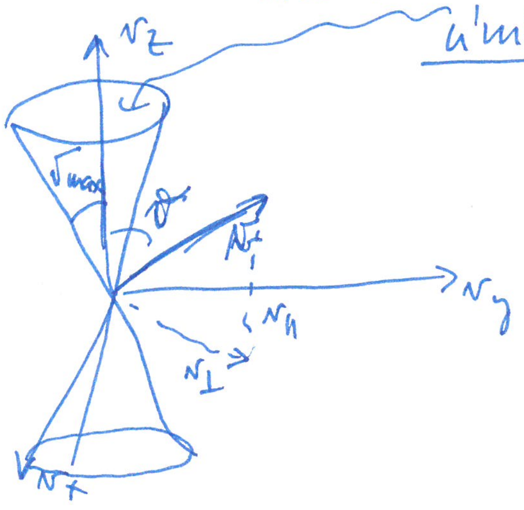
$\Rightarrow B' > B_{max}$ – odraz

→ $\sin^2 \vartheta_{max} = \dfrac{B_0}{B_{max}}$, pak pro $\vartheta > \vartheta_{max}$ odraz

mezní

únikový kužel (loss cone)

! nezávisí na $q$ a $m$!



## adiabatické invarianty

systém Hamiltonův $H = H(p,q)$; $\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p}$; $\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q}$

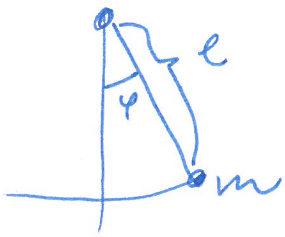
pokud souřadnice cyklická $q_i(t) = q_i(t+T)$,

T... perioda

pak $\oint p_i \, dq_i = konst$
je integrál pohybu

př. kyvadlo: $\varphi(t) = \varphi_0 \cos \omega t$ ... cyklická s $T = \frac{2\pi}{\omega}$

pak souřadnice $q = \varphi$
$p = ml^2 \dot{\varphi}$, m... hmotnost, l... délka



$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2} m l^2 \dot{\varphi}^2}_{E_k} - \underbrace{mgl(1-\cos\varphi)}_{E_p}$$

$$p_\varphi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}} = ml^2 \dot{\varphi}$$

$$\Rightarrow \int_0^T p \, dq = \int_0^T (-ml^2 \varphi_0 \omega \sin \omega t)(-\varphi_0 \omega \sin \omega t) \, d(\cancel{\omega t}) =$$

$$= ml^2 \varphi_0^2 \omega \int_0^T \sin^2 \omega t \, d(\omega t) = \pi m l^2 \varphi_0^2 \omega = konst$$

je integrálem pohybu

→ pokud parametr proměnný (zde délka)
a to pomalu (pomalejší než kyv) →
→ integrál pohybu → <u>adiabatický invariant</u>

pro kyvadlo: pokud $l \searrow$ pak $\omega \nearrow$,
aby $\pi m \varphi_0^2 l^2 \omega = konst$

invarianty v plazmatu tři.

## $\boxed{\text{1. adiabatický invariant}}$

→ Larmorova rotace ∂ cyklická, $p = m v_\perp r_L$
úhlový moment

$$\Rightarrow J_1 = \oint p\,dq = \int_0^{2\pi} m v_\perp r_L \, d\varphi = 2\pi v_\perp \frac{m^2 v_\perp}{q\,\mathrm{sgn}\,q\, B} =$$

$$= \frac{4\pi m^2}{q\,\mathrm{sgn}\,q}\,\mu = \text{konst}$$

→ pro pomalé změny je $\mu$ konstantní

↳ narušení: magnetický pumping

$\omega_{kol} > \omega_{pump}$

⇒ kolize „převádí" $v_\perp \to v_\parallel$

: cyklotronový ohřev

vnější $\omega = \omega_c$ ⇒ vede k ohřevu
rezonanční akcelerace

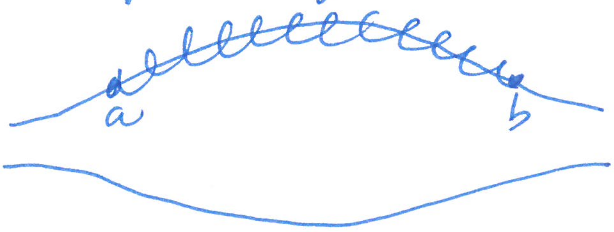
: magnetické kaspy

→ B v kaspu → 0 ⇒ $\omega_c$ < než libovolná frekvence změny

rozptyl částice do ztrátového kužele

## $\boxed{\text{2. adiabatický invariant}}$

- dvojice mg. zrcadel




normálně integrál pohybu
$$I_2 = \oint_a^b m v_\parallel \, ds$$

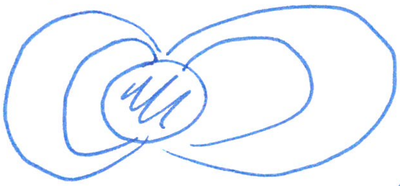
ale drift ⇒ periodicita narušena (pokud drift „mezi siločarami" pomalejší než pohyb mezi zrcadly)

podélný invariant $J_2 = \int_a^b v_\parallel \, ds$ se zachovává
(↑ půl cyklus)

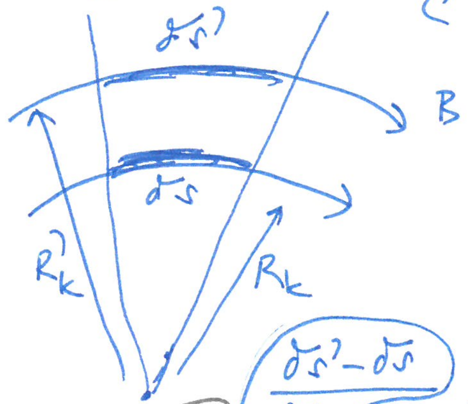
→ dokazujeme, že $J_2$ invariant ve statickém poli (nebo pro $\partial B/\partial t$ malé)

→ zkracující se zrcadla = Fermiho urychlení

↳ př. asymetrická magnetosféra



částice driftuje mezi siločarami (za dobu $\Delta t$)




platí: $$\frac{\delta s}{R_k} = \frac{\delta s'}{R_k'}$$

pak $$\Rightarrow \frac{\delta s'}{\delta s} = \frac{R_k'}{R_k} \quad \Big| -1$$

$$\frac{\delta s' - \delta s}{\delta s} = \frac{R_k' - R_k}{R_k} \quad \Big| \frac{1}{\Delta t}$$

$$\frac{\delta s' - \delta s}{\delta s \, \Delta t} = \frac{R_k' - R_k}{R_k \, \Delta t}$$

$$\underbrace{\frac{R_k' - R_k}{\Delta t}}_{\text{radiální komponenta driftu}} = \vec{v}_{gs} \cdot \frac{\vec{R}_k}{R_k}$$

frakční změna trajektorie

$$\frac{1}{\delta s} \frac{\Delta \delta s}{\Delta t} = \vec{v}_{gs} \cdot \frac{\vec{R}_k}{R_k^2}$$

$\cdot R_k = 0$

známe:

$$v_{gs} = v_{\nabla B} + v_o = \frac{1}{2} \operatorname{sgn} q \, v_\perp r_L \frac{B \times \nabla B}{B^2} + \frac{m v_\parallel^2}{q} \frac{R_k \times B}{R_k^2 B^2}$$

$$r_L = \frac{v_\perp}{\omega_c} = \frac{v_\perp m}{q \operatorname{sgn} q \, B}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\delta s}\frac{d\delta s}{dt} = \frac{1}{2}\frac{m}{q}\frac{v_\perp^2}{B^3}(\vec{B}\times\nabla B)\cdot\frac{\vec{R}_k}{R_k}$$

↳ frakční změna $\delta s$ z pohledu částice

totální energie: $W = \frac{1}{2}mv_\parallel^2 + \frac{1}{2}mv_\perp^2 = \frac{1}{2}mv_\parallel^2 + \mu B =$

$$= W_\parallel + W_\perp$$

$$\Rightarrow v_\parallel = \sqrt{\frac{2}{m}(W-\mu B)}\,.$$ Derivujeme

$$\frac{dv_\parallel}{dt} = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\frac{2}{m}(W-\mu B)}}\cdot\frac{2}{m}\cdot\left(-\mu\frac{dB}{dt}\right)$$

frakční změna

$$\frac{\frac{dv_\parallel}{dt}}{v_\parallel} = -\frac{1}{2}\frac{\mu\dot{B}}{W-\mu B} = -\frac{\mu\dot{B}}{mv_\parallel^2}$$

$\frac{\partial B}{\partial t} = 0$ (stac. pole), ale $\frac{dB}{dt} \neq 0$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{dB}{dR}\frac{dR}{dt} = v_{gs}\cdot\nabla B = \frac{mv_\parallel^2}{q}\frac{\vec{R}_k\times\vec{B}}{R_k^2B^2}\cdot\nabla B$$

$\nabla B$ $\quad v_{gc}$ $\quad$ [jen komponenta s $R_k\times B$, druhá vymizí]

$$\frac{\dot{v}_\parallel}{v_\parallel} = -\frac{\mu}{q}\frac{(\vec{R}_k\times\vec{B})\cdot\nabla B}{R_k^2B^2} = -\frac{1}{2}\frac{mv_\perp^2}{Bq}\frac{(\vec{B}\times\nabla B)\cdot\vec{R}_k}{R_k^2B^2}$$

pohled na frakční změnu $v_\parallel\delta s$

$$\frac{1}{v_\parallel\delta s}\frac{d}{dt}(v_\parallel\delta s) = \frac{1}{\delta s}\frac{d\delta s}{dt} + \frac{1}{v_\parallel}\frac{dv_\parallel}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v_\parallel\delta s}\frac{d}{dt}(v_\parallel\delta s) = 0$$

$\Rightarrow$ ~~$J = \int_a^b v_\parallel\delta s$ je konstantní~~

$\Rightarrow v_\parallel\delta s$ je konstantní při změně siločáry ale chtěli $J_2 = \int_a^b v_\parallel\delta s = \text{konst}$

$$J_2 = \int_a^{a'} v_\parallel \, ds + \int_{a'}^{b'} v_\parallel \, ds + \int_{b'}^{b} v_\parallel \, ds$$

a a a' blízké, b a b' blízké

→ zanedbatelné

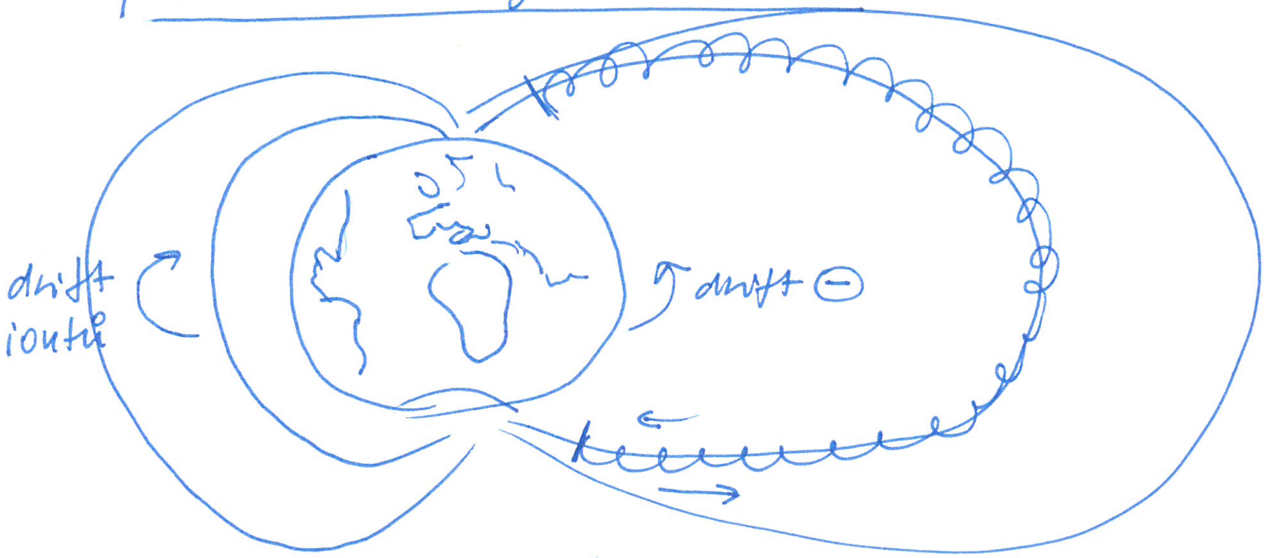
($v_\parallel$ malé poblíž reflexí)

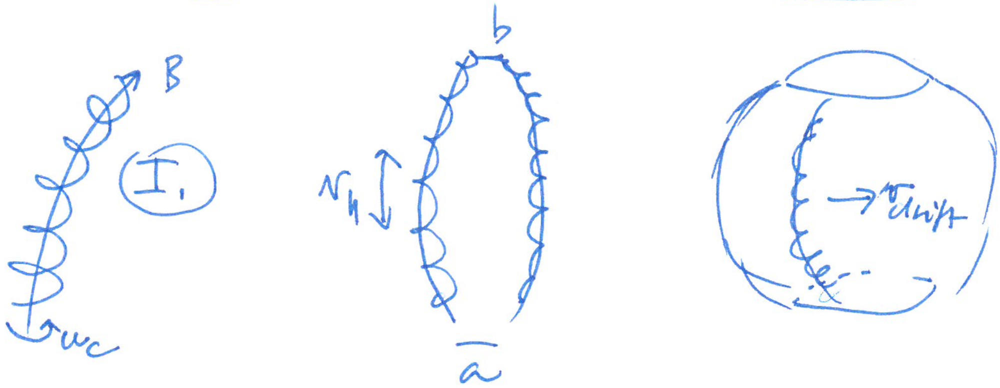
⇒ lze nahradit $J_2 = \langle v_\parallel \rangle L$ invariant

L ... vzdálenost mezi body

⇒ L ↘ ⇒ $v_\parallel$ ↗ ... Fermiho urychlení

## 3. adiabatický invariant



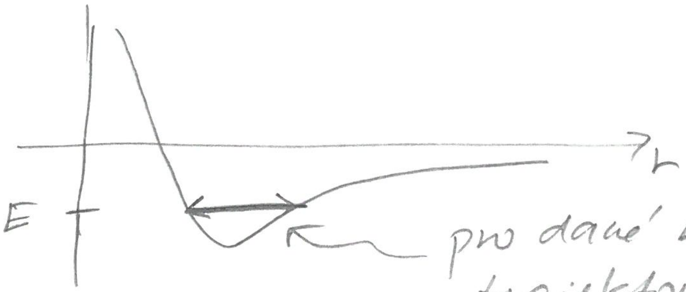




$J_3 = \Phi = \int B \cdot dS$ je invariantní

tok plochou uzavřenou driftovým pohybem

# van Allenovy pásy

- aplikace na částice uvězněné v magnetosféře
- neřešíme plný problém, hledáme „povolené" trajektorie
- jako řešení pohybu v centrálním poli
  - efektivní potenciál




pro dané E jsou povoleny tyto trajektorie

→ model: axiálně symetrické pole

$$B = \left(B_r(R,z),\ 0,\ B_z(R,z)\right)$$

$$\nabla\cdot B = \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R} R B_r + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

podmínku splníme pokud:

$$B_z = -\frac{1}{R}\frac{\partial F}{\partial R}$$

$$B_R = \frac{1}{R}\frac{\partial F}{\partial z}$$

← splňuje!

F... funkce toku

↳ „existuje funkce, jejíž derivacemi lze získat magnetické komponenty"

např. pro dipól: $F = M \dfrac{R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}$

$M$ … magnetický moment

F bereme jako danou funkci popisující pole

poh. rce: $m\dfrac{dv}{dt} = q\, v \times B$ v cyl. systému

$$\varphi:\quad \left(m\frac{dv}{dt}\right)_\varphi = q\left(v_z B_R - v_R B_z\right) = \frac{q}{R}\left(v_z\frac{\partial F}{\partial z} + v_R\frac{\partial F}{\partial R}\right) =$$

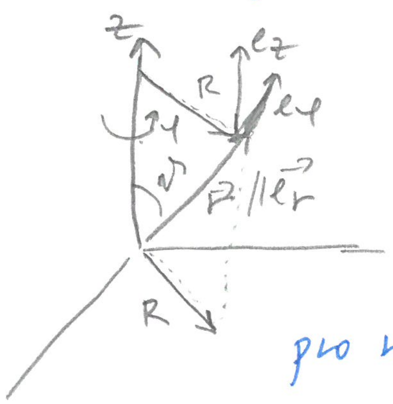
$$v_z = \frac{dz}{dt} \qquad v_R = \frac{dR}{dt}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi} = 0;\quad \frac{\partial F}{\partial t} = 0$$

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)_\varphi = \frac{q}{mR}\frac{dF}{dt}$$

$$\boxed{\frac{dF}{dt} = \left(\frac{dv}{dt}\right)_\varphi \cancel{\frac{q}{mR}}\ \frac{mR}{q}} \quad = \boxed{\frac{q}{R}\frac{dF}{dt}}$$

~~kartézský~~ systém $e_R, e_z, e_\varphi$




zjevně $\vec{e}_\varphi \propto \vec{e}_z \times \vec{e}_r$

amplituda? $|z||r|\sin\vartheta = R$

$$\Rightarrow R\vec{e}_\varphi = \vec{e}_z \times \vec{r}$$

pro rychlosti $\boxed{R v_\varphi = R\vec{e}_\varphi \cdot \vec{v} = (\vec{e}_z \times \vec{r}) \cdot \vec{v}}$

derivujme: $\frac{d}{dt}(R v_\varphi) = (\vec{e}_z \times \vec{r}) \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} + \Big(\vec{e}_z \times \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}}_{\equiv \vec{v}}\Big) \cdot \vec{v}$

$(e_z \times v) \cdot v = 0$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}(R v_\varphi) = R\vec{e}_\varphi \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = R\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_\varphi$$

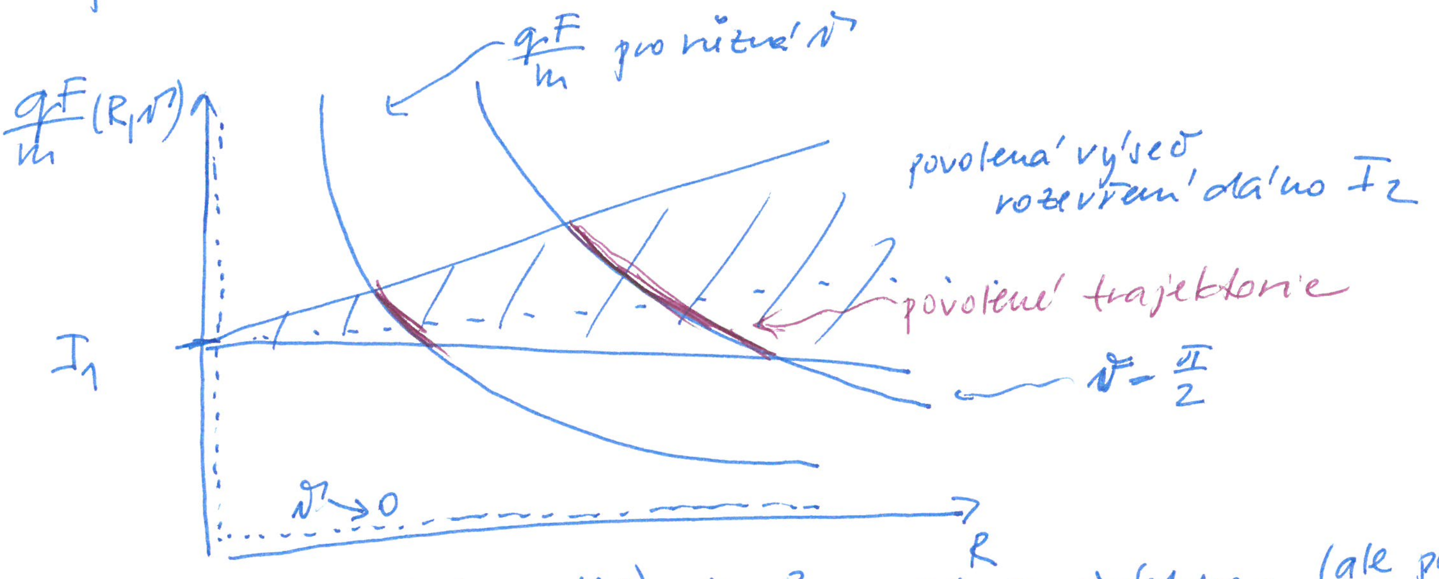
co je $\frac{d}{dt}\left(R v_\varphi - \frac{qF}{m}\right) = \frac{d}{dt}(R v_\varphi) - \frac{q}{m}\boxed{\frac{dF}{dt}} =$

$$= R\left(\frac{dv}{dt}\right)_\varphi - \frac{\cancel{q}}{\cancel{m}}\frac{\cancel{m}R}{\cancel{q}}\left(\frac{dv}{dt}\right)_\varphi = 0$$

$\Rightarrow \boxed{R v_\varphi - \frac{qF}{m} \equiv I_1}$ je integrál pohybu

další: totální kinetická energie $\boxed{v_R^2 + v_\varphi^2 + v_z^2 = I_2^2}$ a určitě $v_\varphi^2 \le v^2$

potom $R|v_\varphi| \le |v| R \Rightarrow \boxed{\left|I_1 + \frac{qF}{m}\right| \le R I_2}$




pro $\vartheta$ malé (u pólu) je R malé $\Rightarrow$ částice blíže k atmosféře (ale pás užší)

pro velké $|v|$ $\Rightarrow$ velké $I_2$ kužel rozevřenější, částice opět blíže