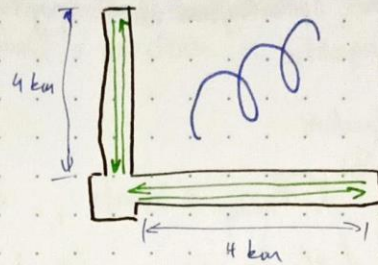
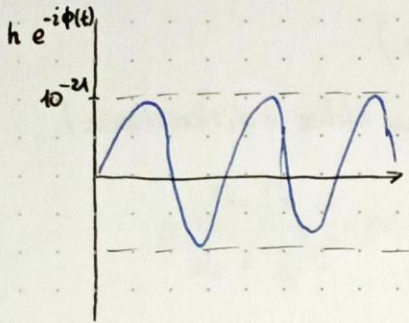


Interferometrie

LIGO atd., musí se všechny shodnout, aby bylo považováno za detekci



gravitační vlna způsobí anizotropní kontrakci: jedno rameno se prodlouží, druhé zkrátí

$$\Delta L = L_x - L_y$$

velmi malé amplitudy!

$$h_{ij} = \epsilon_{ij} h e^{-i\phi(t)}, \quad h \sim \frac{\Delta L}{L}$$

Světlo je elektromagnetická vlna s amplitudou, frekvencí a fází $E = E_0 \sin(\omega t + \phi)$

Dvě ramena $\leftrightarrow$ dvě elektromagnetické vlny, které se v detektoru sčítají

$$E_{\text{tot}} \sim 2 E_0 \sin(\omega t + \underbrace{\Delta\phi}_{\text{fázový rozdíl}})$$

Z obecné relativity lze odvodit závislost fázového rozdílu na amplitudě vln $\Delta\phi \propto h \sim 10^{-21}$

Detektor ale může vidět pouze projekci gravitační vlny do své roviny $\rightarrow h(t) = F_+(\theta_i) h_+ + F_\times(\theta_i) h_\times$
rozděl do polarizací

ŠUM

Gravitační vlny mají nižší amplitudu než šum $\rightarrow$ potřebujeme modelovat šum, který od signálu odčistíme

$$S(t) = h(t) + n(t)$$

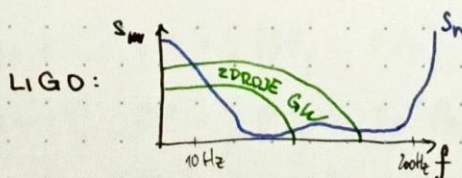
↑
signál

statický šum, lze modelovat

↑
náhodný, časově proměnný jev

- seismický šum ($< 30 \text{ Hz}$) - seismická aktivita, ale i lidská aktivita
- tepelný šum ($60 - 200 \text{ Hz}$)
- kvantový šum ($> 200 \text{ Hz}$) - kvantové fluktuace fotonů
- přechodové elektrické jevy ("glitches")

výkon šumu ze střední hodnoty $\langle n(f) n^*(f') \rangle \propto S_n(f) \delta(f-f')$ $\rightarrow$ citlivost detektoru
výkon šumu - číselně snížit



LISA: 1-10 Hz

Whitening: renormalizace šumu tak, aby měl stejnou amplitudu napříč frekvencním spektrem

CHARAKTERISTIKY SIGNÁLU

z Einsteinových rovnic jsou gravitační vlny generovány ve zdroji jako

$$h(t) \sim \frac{M_c^{5/3} \cdot f^{2/3}(t)}{D_{GW}} \left(1 + \dots \right)$$

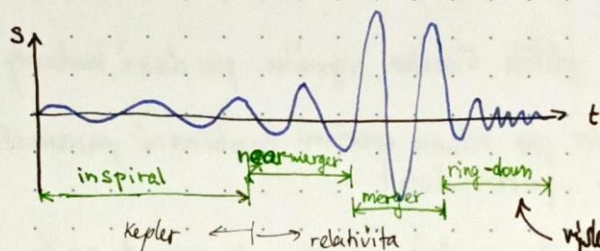
orbitální frekvence
klasické spin

... amplituda je daná hmotností a vzdáleností
→ mezi nimi degenerace

"chirp mass"
 $M_c = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

luminární vzdálenost
(v grav. vlnách, ale
to je v obecné relativitě
stejně jako ve světle)

frekvence se vyvíjí jako $\frac{df}{dt} \propto M_c^{5/3} f^{11/3}(t)$



výsledná černá díra
vibruje s vysokou
frekvencí

z pozorované vlny chceme určit

m_1, m_2 ... hmotnosti těles,
 $|S_1|, |S_2|$... spinové stavy,
 D_{GW} ... vzdálenost události,
 θ, ϕ, ψ ... ~~poloha~~ pozici na obloze
a další

celkem ~ 15 parametrů

INSPIRAL

těže vhodná pro analýzu hmotností $M_c, \frac{m_1}{m_2}$ a efektivního spinu $\chi_{eff} \propto |S_1| + |S_2|$
nejdelší, ale s nízkou amplitudou - důležité, ale musíme mít štěstí

MERGER

nastává maximum ve frekvenci, z toho můžeme zjistit

$$\frac{1}{m_1 + m_2} \sim f_{peak}$$

zde také maximum amplitudy; nejlepší odhad vzdálenosti:

$$|h|_{peak} \sim \frac{1}{D_w} \left(\frac{G(m_1 + m_2)}{R} \right)$$

RING-DOWN

"kvazi-normální" módy oscilací - vlastní frekvence nového tělesa,
ale disipací energie gravitačními vlnami
se frekvence mění

$$h(t) \sim A e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(2\pi f t) \quad (\dots \text{tlumený oscilátor})$$

zde by se očekávalo, že kdyby existovaly částice mimo standardní model, zde by se projevil

CHARAKTERISTIKY ŠUMU

- stacionární Gaussův šum
- "glitches"
- "spektrální čáry" - rezonance v měřicí soustavě

METODY DETEKCE

ŠABLONY

> teorie jsme schopni napočítat průběh čistého signálu pro dané hodnoty parametrů

Předpočítá se databáze průběhů vln pro velkou množinu kombinací parametrů, se kterou se detekce bude porovnávat

Předpočítaný signál se modifikuje modelem šumu a provede se konvoluce detekovaného signálu s každou předpočítanou vlnou

→ extrémně pomalé

"matched filtering"

BAYESOVSKÝ ODHAD PARAMETRŮ

řešíme inverzní úlohu: ze známého signálu se snažíme získat parametry úlohy

hledáme pravděpodobnost, že signál vznikl z nějaké dané sady parametrů

$$P(\theta | S) \propto \underbrace{P(S | \theta)}_{\substack{\text{předpoklady modelu} \\ \text{předpocítaná vlna}}} \cdot \underbrace{\pi(\theta)}_{\text{chybí tu normalizace, která obnáší integraci v každém z 15 parametrů (obdělá se Monte Carlo metodou - vyhodnocování v náhodných bodech)}}$$

↑
parametry

chybí tu normalizace, která obnáší integraci v každém z 15 parametrů (obdělá se Monte Carlo metodou - vyhodnocování v náhodných bodech)

MCMC pro Bayesovskou statistiku