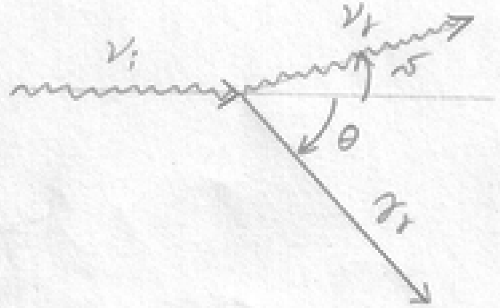
Comptonův rozptyl

EP 10

- rozptyl fotonu na volném elektronu
- též nazýván Thompsonův rozptyl
- v klasice popisujeme jako dokonale pružnou srážku



$$e_f \equiv \frac{h\nu_f}{m_e c^2}$$

$$\gamma_f \equiv \frac{m}{m_e}$$

- zákony zachování:

$$e_i + 1 = e_f + \gamma_f \qquad (\gamma_i = 1) \qquad 22E$$

$$\left.\begin{aligned} e_i &= e_f \cos\vartheta + p_f \cos\theta \\ 0 &= e_f \sin\vartheta - p_f \sin\theta \end{aligned}\right\} \quad 22H$$

⊕ normalizace čtyřhybnosti:

$$\gamma_f^2 - p_f^2 = 1$$

„considerable algebra":

$$p_f^2 = (e_i - e_f\cos\vartheta)^2 + e_f^2 \sin^2\vartheta = e_i^2 + e_f^2 - 2e_i e_f \cos\vartheta$$

$$\rightarrow \gamma_f^2 = e_i^2 + e_f^2 + 1 - 2e_i e_f \cos\vartheta$$

$$(\gamma_f - 1)^2 = e_i^2 + e_f^2 + 2 - 2e_i e_f \cos\vartheta - 2\gamma_f$$

$$(\gamma_f - 1)^2 = e_i^2 + e_f^2 - 2e_i e_f \qquad (22E)$$

$$\rightarrow 2\gamma_f = 2 + 2e_i e_f (1 - \cos\vartheta)$$

$$e_i + 1 = e_f + 1 + e_i e_f (1 - \cos\vartheta)$$

$$\rightarrow \underline{e_f = \frac{e_i}{1 + e_i(1 - \cos\vartheta)}} \qquad \left(\nu_f = \frac{m_e c^2 \nu_i}{m_e c^2 + h\nu_i (1 - \cos\vartheta)}\right)$$

též píšeme jako: $e_f = \frac{e_i}{1 + e_i \Lambda}$, $\Lambda \equiv 1 - \cos\vartheta$

další výsledky:

$$\gamma_f = 1 + e_i e_f \Lambda$$

$$p_f = e_f \sqrt{e_i (e_i + 2)\Lambda^2 + 2\Lambda}$$

$$\cos\theta = (1 + e_i)\sqrt{\frac{\Lambda}{\ldots}}$$

EP 11

Přepis pomocí vlnových délek:

$$\lambda_f - \lambda_i = \lambda_c \Lambda \quad , \quad \lambda_c = \frac{h}{m_e c} \doteq 0{,}002426\,\mathrm{nm}$$

- $\Delta\lambda$ nezávisí na λ_i => výraznější efekt pro kratší vlnové délky
- max. předaná energie při zpětném rozptylu ($\vartheta = \pi$)

→ $\gamma_{max} = 1 + \frac{2e_i}{1+2e_i}$ – pro $e_i \ll 1$ $\gamma_{max} \approx 1$

– pro $e_i \gg 1$ $\gamma_{max} \approx e_i$

($1 < \gamma_f < \gamma_{max}$)

Účinný průřez ← diferenciální úč. průřez

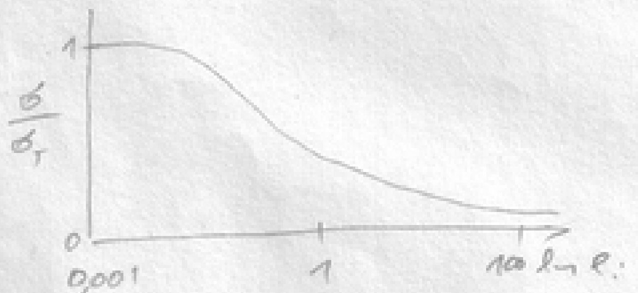
– $dN\, h\nu_i = \frac{d\sigma}{d\Omega_f}\, d\Omega_f\, I(\nu_i)\, dt\, d\nu_i\, d\Omega_i$

- dN = počet rozptylů v elementu $\nu_i\, d\Omega_i$
- $dN\, h\nu_i$ = en. předaná z dopadajícího svazku elektronům za čas dt

celkový účinný průřez: $\sigma = \int \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_f}\right) d\Omega_f$

Kvantově je dostane (Klein-Nishinova formule)

$$\sigma = \sigma_T \frac{3}{8e_i}\left[\frac{1+e_i}{e_i}\left(\frac{4(1+e_i)}{1+2e_i} - \frac{2}{e_i}\ln(1+2e_i)\right) + \ln(1+2e_i) - \frac{2e_i+6e_i^2}{(1+2e_i)^2}\right]$$



$e_i \ll 1$: $\sigma \approx \sigma_T(1-2e_i)$

$e_i \gg 1$: $\sigma \approx \frac{3}{8}\sigma_T \frac{1}{e_i}\left[\ln(2e_i) + \frac{1}{2}\right]$

$$\left(\sigma_T = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2\right)$$

- asi vypustit uzávorkovanou část, připomenout zavedení účinného průřezu z EP3, napsat Klein-Nishina a pokračovat stranou EP13

– před tím udělat inverzního Comptona

Inverzní Comptonův rozptyl

EP 12

- ohřívání fotonů na (ultra)relativistických elektronech
- představa – v LAB frame má foton před srážkou nízkou energii, zatímco po srážce větší; elektron se v LABu pohybuje velmi rychle – $\gamma_i \gg 1$
- standardně předpokládáme $e_i^L \gamma \ll 1$ (tj. malá en. fotonu v „LABu")
- v rest frame: $e_r^R = \dfrac{e_i^R}{1 + e_i^R \Lambda^R}$

· transformační vztahy: $e_\cdot^R = e_\cdot^L \gamma (1 - \beta \mu_\cdot^L)$

$$e_\cdot^L = e_\cdot^R \gamma (1 + \beta \mu_\cdot^R)$$

$\mu_\cdot$ = cos úhlu mezi $\vec{v}$ (elektronu) a $\vec{p}_\nu$ (fotonu)

$$\rightarrow \quad e_r^L = e_i^L \frac{1 - \beta \mu_i^L}{1 - \beta \mu_r^L} \; \frac{1}{1 + e_i^L \gamma (1 - \beta \mu_i^L) \Lambda^R}$$

- druhý zlomek ≈ 1, protože $e_i^L \gamma \ll 1$, $(\;) \leq 2$, $\Lambda^R \leq 2$

⊙ transformace úhlů: $\mu_\cdot^R = \dfrac{\mu_\cdot^L - \beta}{1 - \mu_\cdot^L \beta}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{1 - \beta \mu_\cdot^L} = \gamma^2 (1 + \beta \mu_\cdot^R) \qquad \left(\text{používá se } \mu_\cdot^L = \frac{\mu_\cdot^R + \beta}{1 + \beta \mu_\cdot^R}\right)$$

↖ spíše se spočte $1 + \beta \mu_\cdot^R$

$$\rightarrow \quad e_r^L \approx e_i^L \gamma^2 (1 - \beta \mu_i^L)(1 + \beta \mu_r^R)$$

- ve skriptech je:

$$e_r^L \approx e_i^L \gamma^2 \left[1 - \beta \mu_i^L + \beta \lambda^R (\mu_i^L - \beta)\right]$$

což je skoro totéž, pokud předpokládáme:

- $\mu_i^R \approx -1$ – kvůli aberaci vidí elektron ve svém rest frame přicházet většinu fotonů zepředu
- $\lambda^R \equiv \cos\vartheta^R \approx -\mu_r^R$ – opět předp. fotonu nalétávajícího zepředu → tím se „definuje" směr $\vec{v}$ v rest frame v úvodním obrázku – je opačný k $\vec{p}_{\nu i}$ → označíme-li $\mu_r^R = \cos\beta^R$, pak platí, že $\vartheta^R = \pi - \beta^R \Rightarrow \lambda^R = -\mu_r^R$

$e_i^L \leq e_r^L \leq 4\gamma^2 e_i^L$ [illegible] $\lambda^R = \mu_r^R = 1$, [illegible]

EP 13

Ohřev záření na relativistických elektronech:

$P^L = P^R$ (ne moc pěkné odvození)

$P^R \approx c\sigma_T U_{rad}^R \qquad U_{rad}^\bullet = n^\bullet h\nu^\bullet$

$n^R = n^L \gamma (1-\beta\mu_i^L)$

$\nu^R = \nu^L \gamma (1-\beta\mu_i^L)$

$\rightarrow P^L = P^R = \frac{1}{2} c\sigma_T \int_{-1}^{1} n^L h\nu^L \gamma^2 (1-\beta\mu_i^L)^2 \, d\mu_i^L$

$= c\sigma_T U_{rad}^L \left(\frac{4}{3}\gamma^2 - \frac{1}{3}\underbrace{\gamma^2(1-\beta^2)}_{=1} \right) = c\sigma_T U_{rad}^L \frac{4\gamma^2-1}{3}$

= výkon rozptýleného zář. (na 1 elektron)

− změna en. = P^L − výkon dopadajícího zář.

$= P_{IC} = P^L - \sigma_T c U_{rad}^L = \frac{4}{3}\sigma_T c U_{rad}^L (\gamma^2 - 1) = \frac{4}{3}\sigma_T c \beta^2 \gamma^2 U_{rad}^L$

$\Rightarrow \frac{\langle \nu \rangle}{\nu_0} = \frac{4}{3}\gamma^2$ → blízko max. frekvenci $4\gamma^2$

→ spektrum bude [illegible]

Srovnání se Synchrotronem − $\frac{P_{IC}}{P_{synch}} = \frac{U_{rad}}{U_B}$.

synchrotron - self - compton − předpoklad, že ultrarelat.

elektrony synchrotronově září a dále interagují

se svým tvrdším zář. − aby to fungovalo, musí

být $P_{sync} \gtrsim P_{IC}$ → v Rayleigh-Jeansově oblasti

$\frac{P_{synch}}{P_{IC}} = \frac{U_B}{U_{rad}} \propto \frac{\nu_{max}^2 / T_{br}^4}{\nu_{max}^3 T_{br}} = \frac{1}{\nu_{max} T_{br}^5}$???

- Výše, při odvozování P^L se mi zdá být nekorektní, že se uvažují transformace ν s úhlem μ_i − ten je adekvátní pro dopadající záření, ale my tvrdíme, že počítáme výkon rozptýleného zář. Snad by se to dalo okecat tím, že pro nízké en. se ν_i^R a ν_f^R příliš neliší ???

Zeldovič - Sunyaev

EP13b

- rozptyl reliktního záření na e^-
- je více variant, nejčastěji se uvádí rozptyl na intergalaktickém plynu – $T_e \sim keV$, $n_e \sim 10^{-3}\,cm^{-3}$
- opt. tloušťka kupy gal., $\chi = \sigma_T \int n_e\,dl$, $0{,}01 \lesssim \chi \lesssim 0{,}1$
- pro $k_B T_e \ll m_e c^2$ a $h\nu \ll k_B T_e$

lze psát Kompanejcovu rovnici pro intenzitu

(měla by vyjít z Boltzmanna pro fotony a elektrony)

$$\frac{m_e c^2}{k_B T_e}\frac{dI}{d\chi} = x\frac{\partial}{\partial x} x^4 \frac{\partial}{\partial x}\frac{I}{x^3}, \qquad x = \frac{h\nu}{k_B T_b}$$

teplota reliktního zář.

- strčíme-li na pravou stranu namísto I Planckův (tj. nedeformované spektrum), dostaneme:

$$\boxed{\frac{2(k_B T_b)^3}{(hc)^2}\frac{x^3}{e^x-1}}$$

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{k_B T_e}{m_e c^2}\frac{x e^x}{e^x-1}\left(x\frac{e^x+1}{e^x-1} - 4\right)\Delta\chi$$

použijeme-li $\Delta I = \frac{I}{T_b}\frac{x e^x}{e^x-1}\Delta T_b$, dostaneme

$$\frac{\Delta T_b}{T_b} = \frac{k_B T_e}{m_e c^2}\left(x\frac{e^x+1}{e^x-1} - 4\right)\Delta\chi$$

, což pro $x \ll 1$ dává:

$$\frac{\Delta T_b}{T_b} \approx -\frac{2k_B T_e}{m_e c^2}\Delta\chi$$

→ v nízkoenergetické části spektra naměříme nižší teplotu, než T_b (směrnice záv. $I_\nu(\nu)$)

- to se opravdu pozoruje a používá se k zjišťování rozložení a teploty intergal. plynu